EL MERCADO INMOBILIARIO CON INTERVENCION DEL ESTADO FRENTE A DISMINUCIONES DE PRESUPUESTO

Marí Navarro, Mabel Estela

Instituto de Ciencias Básicas- FFHA- UNSJ

mabelmari@speedy.com.ar

Matemática Aplicada

Teoría de juegos, juegos de asignación, estabilidad.

En este trabajo se estudia el mercado inmobiliario con la variante que en el proceso de asignación interviene el estado con un presupuesto destinado al mismo.

Muchas veces, debido a una emergencia (la crisis financiera mundial, la pandemia de gripe A, u otros motivos), este presupuesto es recortado o bien destinado a otros servicios. En este contexto se deben recortar las asignaciones otorgadas.

Se muestra un método mediante el cual se resuelve el problema de truncar los beneficios otorgados a compradores y vendedores asignados unos a otros de manera que satisfagan una propiedad de estabilidad.

1. INTRODUCCION.

El estudio de los mercados bilaterales, en una perspectiva de equilibrio, comienzan a captar la atención de los economistas laborales en décadas recientes, a partir de que ellos permiten predecir las anomalías o fallas del mercado. La complejidad que incorpora el análisis hace que estos conceptos difieran de los utilizados en los modelos tradicionales del análisis macroeconómico. Estos últimos, al simplificar el problema considerando una oferta y demanda homogéneas, "esconden" un proceso de "emparejamiento" (matching) que son heterogéneos. Esta noción tan sencilla es sumamente poderosa y permite entender una serie de temas de gran interés público y darles un tratamiento sistemático, como por ejemplo la economía de la discriminación, la distribución del ingreso, la valoración de la seguridad en el trabajo, los ingresos laborales de las "superestrellas", etc. El análisis teórico de este proceso de emparejamiento o asignación fue iniciado por Gale y Shapley, proceso conocido con el nombre *modelos de asignación bilateral*.

Uno de los ejemplos de mercados bilaterales es el *mercado inmobiliario*. En un trabajo presentado por Federico Anzil, en el cual estudia el mercado inmobiliario en Argentina, una de sus conclusiones es que: "es necesario diseñar estrategias integrales de largo plazo para brindar soluciones en materia habitacional a los sectores de escasos recursos" y para ello sugiere: "la acción del estado se debe focalizar exclusivamente en los sectores de bajos recursos que actualmente no participan en el mercado inmobiliario".

En el trabajo "El mercado inmobiliario con intervención del estado" de Femenia Delfina (5) se estudia un modelo que consiste en un conjunto de vendedores, un conjunto de compradores y el estado. Cada comprador tiene preferencias sobres los posibles vendedores, cada vendedor tiene preferencias sobre los posibles compradores y el estado tiene preferencia sobre los posibles pares "comprador-vendedor" que pueden acordar. Se muestra que en este nuevo modelo se resuelve el problema en el cual los compradores y vendedores son asignados unos a otros de manera que satisfagan una propiedad de *estabilidad*, la cual depende de las preferencias expresadas por los participantes y la preferencia del estado. Dicha propiedad consiste en que ningún comprador (vendedor) puede ser obligado a comprar (vender) una vivienda que él no puede (quiere), además no existe un par "comprador-vendedor" que prefiera llegar a un acuerdo distinto a lo que le designó el estado y, finalmente, todos los pares "comprador – vendedor" que llegaron a un acuerdo son aceptados por el estado y no superan el presupuesto que él dispone. Cuando esto no sucede se dice que el par "comprador-vendedor" *bloquea* la asignación.

En este trabajo se considera el mercado inmobiliario con intervención del estado, donde éste facilita el acceso a vivienda de los sectores de recursos limitados, con un cierto presupuesto; por alguna razón, (la crisis financiera mundial, la pandemia de gripe A, etc). este presupuesto es recortado o bien destinado a otros servicios. En este contexto se deben recortar las asignaciones otorgadas.

2. EL MODELO BILATERAL Y ALGUNAS NOCIONES BASICAS.

El mercado bilateral se compone de dos conjuntos finitos y disjuntos, un conjunto de *n* agentes de tipo I (compradores) y *m* agentes del tipo II (vendedores), que denotamos por $C = \{c_1, c_2 ..., c_n\}$ y $V = \{v_1, v_2 ..., v_m\}$, respectivamente. Cada agente c tiene preferencias sobre el conjunto de agentes de V unión el $\not\subset$ y cada agente v tiene preferencias sobre el conjunto de agentes de C unión el $\not\subset$. Denotamos con P_c una preferencia del agente c y con P_v una preferencia del agente *v*. *Consideramos preferencias estrictas, puesto que con indiferencias se obtienen iguales resultados.* Para describir las preferencias de un agente adoptamos una lista abreviada que incluye solamente los agentes aceptables para él. Convenimos la siguiente notación:

$P_c = v_1, v_3$, indica que la primera opción para c es v_1, la segunda y última opción es v_3.

Un agente *c* es *aceptable* para *v* si *c* está en la lista de preferencias de *v*.

Una asignación para un mercado bilateral es un emparejamiento de agentes del tipo I y agentes del tipo II. Observemos que, eventualmente, un agente puede no quedar asignado con algún agente del otro conjunto, en cuyo caso será asignado al vacío y lo llamamos *single*. Formalmente, una asignación o *matching* es una función μ que aplica $C \cup V$ sobre $C \cup V \cup \phi$ tal que, para todo $c \in C$ y $v \in V$ satisface:

$\mu(c) \in V$ o bien $\mu(c) = \phi$.

$\mu(v) \in C$ o bien $\mu(v) = \phi$.

$\mu(c) = v$ si y sólo si $\mu(v) = c$.

Obsérvese que las condiciones anteriores reflejan la reciprocidad subyacente en la mayoría de los sistemas de contratación. Las condiciones 1 y 2 indican que si un agente no es single en el matching μ, debe estar emparejado o asignado con un agente del conjunto opuesto. La condición 2. establece un principio de reciprocidad.

Representamos un matching de la siguiente manera: $\mu : \begin{pmatrix} c_1 c_2 \ldots c_k \ldots \\ v_1 v_2 \ v_r \ldots \end{pmatrix}$

Así por ejemplo, c_1 forma pareja con v_1, es decir $\mu(c_1) = v_1$. El agente v_r permanece solo, es decir $\mu(v_r) = \phi$.

Una cuestión que surge de forma natural consiste en estudiar, de entre todas las asignaciones posibles, cuál podría ser el resultado de las negociaciones entre agentes del tipo I y agentes del tipo II. Son dos las reglas que ha de verificar una asignación para justificar que ésta puede ser considerada como la culminación de un proceso de negociación entre los dos conjuntos de agentes:

Regla 1: ningún agente puede ser obligado a formar pareja con un agente no aceptable para él. Si ésto no ocurre decimos que el matching está bloqueado por un agente.

Diremos que un matching μ es **individualmente racional** si no está bloqueado por ningún agente.

Regla 2: no existe un par de agentes (c, v) tales que ellos se prefieren mutuamente a los respectivos compañeros que les asigna el matching. Si ésto no ocurre, decimos que el matching está bloqueado por un par de agentes.

Un matching es **estable** en el mercado bilateral si no está bloqueado por un agente o por un par de agentes. Gale y Shapley demostraron que *es posible garantizar la estabilidad para cualquier mercado bilateral.*

En 1976, Knuth, planteo el siguiente problema: Dado un matching arbitrario de un mercado, si éste no es estable, el proceso de permitir a los pares bloqueantes, escogidos al azar, asignarse, puede no conducir a una asignación estable. La pregunta abierta planteada por era si existe al menos un camino para llegar de cualquier asignación a una asignación estable para cualquier preferencia de los agentes. En 1990, Roth y Vande Vate resuelven este problema, demuestran que partiendo de un matching arbitrario, satisfaciendo los pares bloqueantes escogidos de tal forma que, en el par bloqueante, el compañero de uno de los agentes sea el más preferido, de entre todos los que con él forman un par bloqueante.

3.EL MERCADO INMOBILIARIO CON INTERVENCION DEL ESTADO

En 2006, Femenia, Delfina, Mabel Marí, Alejandro Neme y Jorge Oviedo, formularon el *modelo de asignación bilateral con restricción de capacidad*, el cual consiste una institución quiere contratar trabajadores para realizar determinadas tareas y cada una de ellas pueden realizarla un par de trabajadores complementarios y la institución tiene preferencias sobre los pares de trabajadores que puedan ser contratados. Muchas veces, la institución tiene una cuota, que es el número máximo de pares de individuos que ella puede contratar, puesto que puede haber más pares de candidatos que posiciones que pueden ser llenadas por la institución. Esta restricción puede surgir, por ejemplo, por razones tecnológicas, presupuestarias, edilicias, etc. Entre los distintos ejemplo de mercados bilaterales con restricción de capacidad, se encuentra el mercado inmobiliario, con la variante que en el proceso de asignación interviene el estado.

Supongamos que el estado se propone lograr que la población con menores ingresos no queden al margen del mercado inmobiliario. Para llevar a cabo su labor dispone de una lista de personas dispuestas a vender o alquilar viviendas, gracias a rebajas de impuestos o determinadas compensaciones ofrecidas por el estado, por ejemplo. Para conseguir llegar a acuerdos, el estado se compromete a subvencionar la diferencia entre lo que está dispuesto a pagar el comprador y el precio que desea el vendedor. El presupuesto del estado es limitado, por lo que muchas veces no es posible llevar a cabo todas las posibles asignaciones que pueden obtenerse entre los compradores y vendedores que se presentan para obtener tal beneficio.

Este mercado se compone de dos conjuntos finitos y disjuntos, un conjunto de *n* compradores y *m* vendedores, que denotamos por $C=\{c_1, c_2 ..., c_n\}$ y $V=\{v_1, v_2 ..., v_m\}$, respectivamente y el estado, que simbolizamos con *E*. P_c y P_v las preferencias de compradores y vendedores, respectivamente. El estado tiene una preferencia sobre las posibles asignaciones que se pueden determinar de pares de compradores y vendedores., que simbolizamos con R_E. *Con* P_E e I_E simbolizamos las preferencias estrictas e indiferentes de *E*, respectivamente.

Supongamos ahora que *E* tiene un cierto presupuesto, el cual le permite subvencionar a lo sumo ***q*** pares de compradores-vendedores. Es decir, sólo los matching de cardinalidad menor que **q** podrán ser aceptados por E. Así, un matching es *aceptable* para E si está en la lista de preferencia R_E y además no tiene mas de **q** pares comprador-vendedor asignados.

4.ESTABILIDAD EN EL MERCADO INMOBILIARIO CON INTERVENCION DEL ESTADO

Uno de los objetivos centrales de esta sección es encontrar, para el modelo inmobiliario con intervención del estado asignaciones que satisfagan una cierta estabilidad, es decir, asignaciones que no están bloqueadas por un comprador o un vendedor ni por un par comprador-vendedor y, además, son aceptables para el estado. En este modelo podemos introducir, mediante criterios, cuáles son los matchings que deberán excluirse para encontrar asignaciones con cierta estabilidad. Los criterios son:

El matching μ está bloqueado por un comprador o vendedor.

El matching μ está bloqueado por un par comprador-vendedor.

El matching μ no es aceptable para el estado.

Consideremos un ejemplo muy sencillo: supongamos que tenemos dos vendedores y dos compradores y el estado sólo puede subvencionar un par comprador-vendedor. Es decir tenemos los conjuntos $C=\{c_1,c_2\}$, $V=\{v_1,v_2\}$ y **q** = 1 y las siguientes preferencias:

$P_{c_1}=v_1,v_2 \quad P_{v_1}=c_2,c_1$

$P_{c_2}=v_2,v_1 \quad P_{v_2}=c_1,c_2$

R_E cualquier preferencia de *E*

Consideremos el matching individualmente racional de cardinalidad uno $\mu : \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ v_1 & v_2 \end{pmatrix}$ está

bloqueado por el par $\{c_2,v_1\}$, pero el estado no debería permitir este tipo de bloqueo, pues si este bloqueo se satisficiera se obtiene el matching $\mu_{(c_2,v_1)}: \begin{pmatrix} c_2 & c_1 \\ v_1 & v_2 \end{pmatrix}$ y él puede ser peor para el estado que μ. Esto sugiere que debemos agregar a los criterios mencionados anteriormente el siguiente:

El matching μ está bloqueado por un par de agentes y el nuevo matching que satisface el par bloqueante es preferido por el estado.

Observemos en el ejemplo anterior también el par $\{c_2, v_2\}$ es un par bloqueante y el matching que se obtiene de satisfacer dicho par es $\mu_{(c_2,v_2)}: \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ v_1 & v_2 \end{pmatrix}$ que no es aceptable para el estado, puesto que su cardinalidad supera a **q.**

Un matching es **q-individualmente racional** si es un matching individualmente racional que es aceptable para *E*.

Con el objetivo de formalizar los criterios anteriores, consideramos dos tipos de pares bloqueantes de un matching μ. Un tipo es cuando el matching está bloqueado por un par comprador-vendedor ya subsidiados por el estado (ya asignados por el matching) y el otro es cuando está bloqueado por un par comprador-vendedor en el que al menos uno de ellos no obtuvo el beneficio (es single) y, en este caso, el matching obtenido satisfaciendo el par bloqueante es preferido por el estado al matching μ.

Con las consideraciones anteriores podemos ahora definir formalmente cuáles serán las asignaciones que deben excluirse en el mercado para obtener una estabilidad:

Un matching μ esta **q-bloqueado** por el par comprador-vendedor (c, v) si

$vP_c\mu(c)$ y $cPv\ \mu(v)$

1) Se verifica :

$\mu(c) \in V$ y $\mu(v) \in C$ o bien

$\mu_{(c,v)}$ es q-individualmente racional y $\mu_{(c,v)} R_E \mu$.

Un matching es **q-estable** en el mercado inmobiliario con intervención del estado si es q-individualmente racional y no está q-bloqueado por un par comprador-vendedor.

Femenia, Delfina, Mabel Marí, Alejandro Neme y Jorge Oviedo mostraron que no es posible garantizar la q-estabilidad en cualquier mercado bilateral con restricción de capacidad, sin considerar restricciones de las preferencias del estado.

Es natural pensar que entre los compradores y vendedores que se presenten para obtener el subsidio, el estado deberá hacer un ranking de los candidatos que aspiran a tal beneficio,. Es decir, el estado deberá tener una preferencia individual sobre el conjunto *C* unión el Φ y una preferencia individual sobre el conjunto *V* unión el Φ, que representamos con $\gtrsim_C$ y $\gtrsim_V$, respectivamente.

Como en el mercado inmobiliario con intervención del estado, *E* tiene preferencias sobre conjuntos de pares comprador-vendedor, podemos pensar que tales preferencias responden a las preferencias individuales que el estado tiene sobre cada uno de los compradores y los vendedores. Por ello estudiamos ahora una restricción de preferencias de *E***.**

Una preferencia R_E sobre los matchings, respecto a las preferencias individuales $\gtrsim_C$ y $\gtrsim_V$, es **responsive** si satisface los siguientes criterios:

1- los matchings aceptables para *E* son aquellos cuyos compradores y vendedores asignados son aceptables respecto a las preferencias individuales;

2- para dos matchings cualesquiera, que difieren en sólo un comprador o vendedor, *E* prefiere el matching que contiene el comprador o vendedor más preferido respecto a las preferencias individuales;

3- dados dos matchings de distinta cardinalidad, con todos los compradores y vendedores asignados aceptables, si el matching de mayor cardinalidad asigna de igual manera a los compradores y vendedores asignados en el matching de menor cardinalidad, E prefiere el matching de mayor cardinalidad; y

4- a E le son indistintos aquellos matchings que tienen los mismos compradores y vendedores asignados.

Es posible garantizar la existencia de asignaciones q-estables en cualquier mercado bilateral con restricción de capacidad, con preferencias responsive de la institución (Femenia, Marí, Neme y Oviedo, 2006). Este resultado es extrapolable al mercado inmobiliario con intervención del estado. Es decir, si el estado considera preferencias responsive sobre las posibles asignaciones, siempre pueden formarse asignaciones estables acorde a la restricción presupuestaria del estado.

5. UN ALGORITMO QUE NOS CONDUCE A UN r- ESTABLE EN EL MERCADO INMOBILIARIO CON INTERVENCION DEL ESTADO

Supongamos ahora que el presupuesto que tenía el estado ha sido recortado y ahora solo es posible subvencionar a lo sumo r pares de compradores-vendedores, donde r<q. Nos preguntamos ahora: Dado una asignación arbitraria en el mercado inmobiliario con intervención del estado ¿es posible encontrar un camino mediante el cual podemos encontrar un matching r-estable? Para solucionar este problema definiremos una r-truncación.

Dadas una asignación μ y la preferencia individual $\gtrsim_C$, la asignación η es una **truncación** de μ respecto de d_t si $\eta \approx \begin{cases} \mu(d) & d \geq_C d_t \\ \phi & en \quad otro \quad caso \end{cases}$

Cuando el cardinal de η r diremos que es una **r-truncación**.

En el siguiente ejemplo mostramos cómo se obtiene una r-truncación .

Dada $\mu :\begin{pmatrix} c_1 c_2 & \mid & c_3 c_4 c_5 \\ \\ v_2 v_3 v_5 v_1 v_4 v_6 \end{pmatrix}$ y las preferencias individuales $c_1 \geq_C c_2 \geq_C \cdots \geq_C c_5$

$$\eta : \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ v_2 & v_3 & v_1 & \emptyset & v_5 & v_4 & v_6 & \end{pmatrix}$$ Es una 3-truncación respecto a c_3

Sea μ una asignación arbitraria en el mercado inmobiliario con intervención del estado. En el caso que esta asignación no sea estable en el mercado inmobiliario aplicamos el Algoritmo de Roth-Vande Vate y encontramos un estable ω en este mercado, si su cardinalidad es menor o igual a r, el proceso termina.

En caso contrario elegimos d_t y una r-truncación de ω, a la cual llamaremos η. Si esta truncación es estable, encontramos la asignación buscada.

En otro caso, aplicamos el algoritmo de Roth-Vande Vate en el modelo $M^{(d_t,m)}$. Observemos que $C' \subset C$. Repetimos el proceso anterior y obtenemos ξ asignación r-estable en $M^{(d_h,m)}$ tal que $d_h < d_t$. Consecuentemente con la aplicación iterada de este proceso obtenemos una asignación q-estable.

Note que en cada iteración se aplica el procedimiento a un subconjunto de C incluido estrictamente, lo que nos asegura la conclusión pues el conjunto C que vamos considerando es, en cada paso, menor.

5.CONCLUSIONES.

Este trabajo garantiza que la acción del estado para brindar soluciones en materia habitacional a los sectores de escasos recursos, con un presupuesto limitado, puede ser llevada a cabo con éxito, tanto para el estado como para los que acceden al beneficio, aún en el caso que el presupuesto deba ser recortado. Es decir, es posible encontrar soluciones inmunes a la posibilidad que compradores y vendedores no estén de acuerdo con la distribución del beneficio, y ante la posibilidad que el estado no haga una buena distribución del presupuesto o este sea seccionado. También se muestra cómo se encuentra tal solución inmune.

6.BIBLIOGRAFIA.

[1] Anzil, Federico. 2006. *El mercado de viviendas en Argentina: funcionamiento y consideraciones distributivas*.

[2] Gale, David y Lloyd Shapley. 1962. *College admissions and the stability of marriage*, American Mathematical Monthly, **69**, 9-15.

[3] Gale, David y Lloyd Shapley. 1962. *College admissions and the stability of marriage*, American Mathematical Monthly, **69**, 9-15.

[4] Femenia, Delfina, Mabel Marí, Alejandro Neme y Jorge Oviedo. 2006. *Stable solutions on matchings models with quota restrictions*. En referato.

[5] Femenia, Delfina. El Mercado inmobiliario con intervención del estado. 2008. En referato

[6] Roth, Alvin y Marilda Sotomayor. 1990. Two-sided Matching: a study in game-theoretic modeling and analysis. Cambridge University Press, Cambridge, England. Econometrica Society Monographs, **18**.